

# Extremvärden

Jun 23, 2026, 2 min read

#matematik

#analys

#envariabelanalys

#derivata

#extremvärde

#monotoni

Kurs: M0065M Förkunskaper: Derivata, Kontinuitet

## 1. Kritiska punkter och extremvärden

### Definition

En kritisk punkt är ett tal  $c$  där  $f'(c) = 0$  eller där  $f'(c)$  inte existerar.

Lokala extremvärden måste sökas bland **kritiska punkter** och eventuella ändpunkter.

### Warning

Villkoret  $f'(c) = 0$  räcker inte i sig för att ge ett extremvärde. Funktionen  $f(x) = x^3$  har  $f'(0) = 0$ , men inget lokalt extremvärde i 0.

## 2. Derivatans tecken och monotoni

### Important

Om  $f'(x) > 0$  på ett intervall är  $f$  strängt växande där. Om  $f'(x) < 0$  på ett intervall är  $f$  strängt avtagande där.

Detta gör teckentabeller mycket användbara.

☰ Första derivatetestet >

### 3. Andraderivatatest

Om  $f'(c) = 0$  och  $f''$  finns nära  $c$ , gäller:

$$f''(c) > 0 \Rightarrow \text{lokalt minimum}$$

$$f''(c) < 0 \Rightarrow \text{lokalt maximum}$$

Om  $f''(c) = 0$  ger testet inget säkert svar.

☰ Exempel >

### 4. Globala extremvärden på slutna intervall

För en kontinuerlig funktion på  $[a, b]$  garanterar **extremvärdessatsen** att största och minsta värdet existerar.

#### 🔗 Metod

1. Hitta kritiska punkter i intervallets inre
2. Beräkna  $f$  i alla kritiska punkter
3. Beräkna  $f(a)$  och  $f(b)$
4. Jämför alla värden

### 5. Konvexitet och inflexionspunkter

Andraderivatatan beskriver hur grafen böjer:

- $f''(x) > 0 \rightarrow$  grafen är konvex

- $f''(x) < 0 \rightarrow$  grafen är konkav

En inflexionspunkt uppstår när konvexiteten byter tecken.

---

## 6. Typiska användningar

Detta koncept används när man:

- kurvskissar funktioner
  - löser optimeringsproblem
  - avgör största och minsta värden
  - förbereder approximationer med [Taylors formel](#)
- 

## Läsning

- [4.4 Extreme Values](#)

## Se även

- [Derivata](#)
- [Kontinuitet](#)
- [Taylors formel](#)

## Resurser

- [Khan Academy: Increasing and decreasing intervals](#) [↗](#)
  - [Wikipedia: Maxima and minima](#) [↗](#)
-