

# Funktioner och invers

Jun 23, 2026, 2 min read

#matematik

#funktioner

#envariabelanalys

#invers

Kurs: M0065M Förkunskaper: **Funktioner**

## 1. När finns en invers?

### Definition

En funktion  $f$  har en invers om man entydigt kan gå tillbaka från funktionsvärdet till ursprungsvärdet.

För att detta ska fungera måste funktionen vara **injektiv**:

$$f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$$

Det betyder att olika  $x$  aldrig får ge samma funktionsvärde.

### Tip

**Horisontella linjetestet:** en funktion är injektiv om varje horisontell linje skär grafen i högst en punkt.

## 2. Definition av invers funktion

Om  $f$  är injektiv kan dess invers  $f^{-1}$  definieras på värdemängden:

$$y = f^{-1}(x) \iff x = f(y)$$

De viktigaste sambanden är

$$f^{-1}(f(x)) = x$$

och

$$f(f^{-1}(y)) = y$$

#### Warning

Symbolen  $f^{-1}$  betyder **inte**  $\frac{1}{f}$ .

### 3. Hur man hittar inversen

Praktisk metod:

1. Sätt  $y = f(x)$
2. Lös ut  $x$  i termer av  $y$
3. Byt namn från  $y$  till  $x$

 [Exempel >](#)

 [Begränsa definitionsmängden först >](#)

### 4. Geometrisk tolkning

Grafen till  $f^{-1}$  fås genom spegling av grafen till  $f$  i linjen

$$y = x.$$

Punkten  $(a, b)$  på grafen till  $f$  motsvarar punkten  $(b, a)$  på grafen till  $f^{-1}$ .

### 5. Viktiga exempel

Funktion	Invers
$e^x$	$\ln x$
$a^x$	$\log_a x$
$x^3$	$\sqrt[3]{x}$
$x^2$ på $[0, \infty)$	$\sqrt{x}$

Inversa funktioner dyker också upp för trigonometriska funktioner när man först begränsar definitionsmängden, t.ex.  $\sin x \leftrightarrow \arcsin x$ .

---



## Läsning

- [3.1 Inverse Functions](#)

## Se även

- [Funktioner](#)
- [Derivata](#)
- [Taylors formel](#)

## Resurser

- [Khan Academy: Inverse functions](#) 
  - [Wikipedia: Inverse function](#) 
-