

# Komplexa tal

Jun 23, 2026, 20 min read

#matematik

#analys

#envariabelanalys

#komplexa-tal

⚠ Info Filen är ett superdokument för komplexa talplanet, skapat i samma stil som [Differentialekvationer](#)

## Det Komplexa Talplanet

### Inledning

De **komplexa talen** är en utvidgning av de reella talen som introducerar den **imaginära enheten**  $i$ , definierad genom egenskapen  $i^2 = -1$ . Det komplexa talplanet, även kallat **Argandplanet** eller **Gaussplanet**, ger oss ett kraftfullt sätt att visualisera och arbeta med komplexa tal geometriskt.

[✎ Varför behövs komplexa tal? >](#)

## Del I: Grundläggande begrepp

### Definition av komplexa tal

[📄 Definition: Det komplexa talet >](#)

 [Speciella fall >](#)

## Det komplexa talplanet

 [Definition: Det komplexa talplanet \(Argandplanet\) >](#)

## Konjugat

 [Definition: Komplexkonjugat >](#)

 [SATS: Egenskaper för konjugat >](#)

 [Härledning:  \$z \cdot \bar{z} = |z|^2\$  >](#)

## Belopp (absolutbelopp)

 [Definition: Belopp| >](#)

 [SATS: Egenskaper för belopp  \$\overline{\quad}\$  >](#)

 [SATS: Triangelolikheten| >](#)

 [Exempel: Beräkna belopp och konjugat >](#)

---

# Del II: Räkneoperationer

## Addition och subtraktion

 [Receptbok: Addition och subtraktion >](#)

 [Exempel: Addition >](#)

## Multiplikation

 [Receptbok: Multiplikation \(rektangulär form\) >](#)

 [Exempel: Multiplikation >](#)

 [Potenser av  \$i\$  >](#)

## Division

 [Receptbok: Division \(förläng med konjugat\) >](#)

 [Exempel: Division >](#)

 [Vanliga misstag vid division >](#)

---

# Del III: Polär form

## Polära koordinater

[📄 Definition: Polär form >](#)

[📄 Definition: Argument >](#)

[📖 Receptbok: Rektangulär → Polär form >](#)

[📖 Receptbok: Polär → Rektangulär form >](#)

[☰ Exempel: Skriv  \$z = 1 + i\$  på polär form >](#)

[☰ Exempel: Skriv  \$z = -1 + \sqrt{3}i\$  på polär form >](#)

[☰ Exempel: Skriv  \$z = 3\(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\)\$  på rektangulär form >](#)

## Eulers formel

[📄 SATS: Eulers formel >](#)

[📖 Speciella fall av Eulers formel >](#)

[✓ Härlledning: Eulers formel via taylorserier >](#)

## Multiplikation och division i polär form

[📄 SATS: Multiplikation i polär/exponentiell form >](#)

[📄 SATS: Division i polär/exponentiell form >](#)

[☰ Exempel: Multiplikation i polär form >](#)

[☰ Exempel: Division i polär form >](#)

---

## Del IV: de Moivres formel och potenser

### de Moivres formel

[📄 SATS: de Moivres formel >](#)

[✓ Härlledning: de Moivres formel >](#)

[📖 Receptbok: Beräkna  \$z^n\$  \(heltalspotens\) >](#)

[☰ Exempel: Beräkna  \$\(1 + i\)^8\$  >](#)

[☰ Exempel: Beräkna  \$\(1 - i\)^{10}\$  >](#)

## Tillämpning: Trigonometriska identiteter

[✎ Användning av de Moivre för trigonometriska formler >](#)

[☰ Exempel: Härled  \$\cos\(2\theta\)\$  och  \$\sin\(2\theta\)\$  >](#)

[☰ Exempel: Härled  \$\cos\(3\theta\)\$  och  \$\sin\(3\theta\)\$  >](#)

---

## Del V: Rötter till komplexa tal

n:te roten ur ett komplext tal

[📌 SATS: n:te rötter >](#)

[📖 Receptbok: Beräkna alla n:te rötter ur  \$z\$  >](#)

[☰ Exempel: Beräkna alla kubikrötter till  \$z = 8\$  >](#)

[☰ Exempel: Beräkna  \$\sqrt{i}\$  \(alla kvadratrötter\) >](#)

[☰ Exempel: Beräkna alla fjärderötter till  \$z = -16\$  >](#)

### Enhetsrötter

[📄 Definition: n:te enhetsrötter >](#)

[📄 SATS: Egenskaper för enhetsrötter >](#)

[📄 Viktiga specialfall av enhetsrötter >](#)

[✓ Härlledning: Summan av enhetsrötter är noll >](#)

---

## Del VI: Polynomekvationer

### Algebrans fundamentalsats

[📄 SATS: Algebrans fundamentalsats >](#)

[📄 SATS: Konjugerade rötter  \$\overline{\phantom{x}}\$  >](#)

### Andragradsekvationer

[📄 Receptbok: Lös  \$az^2 + bz + c = 0\$  >](#)

[☰ Exempel: Lös  \$z^2 + 2z + 5 = 0\$  >](#)

[☰ Exempel: Lös  \$z^2 - \(3 + i\)z + \(2 + i\) = 0\$  >](#)

## Faktorisering av polynom

[📄 SATS: Faktorsatsen](#) >

[📖 Receptbok: Faktorisera polynom med reella koefficienter](#) >

[☰ Exempel: Faktorisera  \$z^3 - 1\$](#)  >

[☰ Exempel: Faktorisera  \$z^4 + 4\$](#)  >

---

## Del VII: Geometriska mängder

### Cirklar

[📄 Definition: Cirkel i det komplexa planet](#) >

[☰ Exempel: Beskriv mängden  \$|z - 2 + 3i| = 5\$](#)  >

### Linjer

[📄 Mängd: Linje som medelortslinje](#) >

[📄 Mängd: Linje på parameterform](#) >

[Mängd: Linje på allmän form >](#)

## Halvplan

[Mängd: Halvplan >](#)

## Cirkelskivor och ringar

[Sammansatta mängder >](#)

[Exempel: Beskriv mängden  \$1 < |z - i| \leq 3\$  >](#)

---

# Del VIII: Sammanfattning och formelblad

## Grundläggande formler

[Formelsamling: Komplexa tal >](#)

## Räkneregler

[Formelsamling: Räkneoperationer >](#)

## Viktiga egenskaper

 [Formelsamling: Egenskaper >](#)

## Standardvinklar

 [Tabell: Vanliga komplexa tal i polär form >](#)

 [Vanliga misstag att undvika >](#)

---