

# Kontinuitet

Jun 23, 2026, 2 min read

#envariabelanalys

#kontinuitet

Kurs: M0065M Förkunskaper: Funktioner, Gränsvärden

## 1. Definition

### Definition

Funktionen  $f$  är kontinuerlig i punkten  $a$  om

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Detta kräver tre saker:

1.  $f(a)$  är definierad
2.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existerar
3. gränsvärdet är lika med funktionsvärdet

## 2. Typer av diskontinuitet

 [Hävbar diskontinuitet](#) >

 [Språngdiskontinuitet](#) >

### 3. Räkner regler

Om  $f$  och  $g$  är kontinuerliga i  $a$ , så är även följande funktioner kontinuerliga i  $a$ :

- $f + g$
- $f - g$
- $fg$
- $\frac{f}{g}$  om  $g(a) \neq 0$
- sammansättningen  $g \circ f$

Det innebär att elementära funktioner i allmänhet är kontinuerliga på sina definitionsmängder.

### 4. Viktiga satser

#### 4.1 Direkt insättning

Om en funktion är kontinuerlig i en punkt får man beräkna gränsvärdet genom direkt insättning.

#### ☰ Example

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \sin(x/2) = \sin(\pi/2) = 1$$

#### 4.2 Mellanliggande värdets sats

#### 🔥 Important

Om  $f$  är kontinuerlig på  $[a, b]$ , så antar den varje värde mellan  $f(a)$  och  $f(b)$ .

Särskilt viktigt: om  $f(a)$  och  $f(b)$  har olika tecken finns minst ett nollställe i  $(a, b)$ .

### 4.3 Extremvärdessatsen

#### Important

Om  $f$  är kontinuerlig på ett slutet intervall  $[a, b]$ , så antar den både ett största och ett minsta värde där.

Den satsen ligger bakom metoden för globala extremvärden i [Extremvärden](#).

---

## 5. Kontinuitet och analysens fortsättning

Kontinuitet fungerar som bryggan mellan [Gränsvärden](#) och [Derivata](#):

- först studerar man om gränsvärdet finns
- sedan om det sammanfaller med funktionsvärdet
- därefter kan man undersöka förändring med derivata

[Integraler](#) kräver också ofta kontinuitet för att fundamentalsatsen ska gälla i sin vanligaste form.

---

## Läsning

- [1.4 Continuity](#)

## Se även

- [Gränsvärden](#)
- [Derivata](#)
- [Extremvärden](#)
- [Integraler](#)

## Resurser

- [Khan Academy: Continuity](#)
  - [Wikipedia: Continuous function](#)
  - [Wikipedia: Intermediate value theorem](#)
-