

# Partiell integration

Jun 23, 2026, 3 min read

#matematik

#analys

#integral

Kurs: M0066M Förkunskaper: [Integraler](#), [Deriveringsregler](#)

## 1. Idé

Partiell integration används när integranden är en **produkt av två funktioner** där den ena är lätt att hitta primitiv till och den andra blir enklare när den deriveras. Metoden är produktregeln baklänges: i stället för att derivera en produkt flyttar vi derivatan från den ena faktorn till den andra inuti en integral.

Givet integralen

$$\int f(x) g(x) dx$$

väljer vi att

- **integrera**  $f$  – det vill säga byta ut  $f$  mot en primitiv  $F$  (så att  $F' = f$ ),
- **derivera**  $g$  – det vill säga byta ut  $g$  mot  $g'$ .

Priset vi betalar är att en ny integral dyker upp i utbyte. Vinsten är att den nya integralen är enklare än den ursprungliga.

## 2. Formeln

### SATS: Partiell integration

Låt  $F$  vara en primitiv funktion till  $f$ , och låt  $g$  vara deriverbar. Då gäller

$$\int f(x) g(x) dx = F(x) g(x) - \int F(x) g'(x) dx.$$

Härledningen följer direkt ur **produktregeln**:  $(F(x)g(x))' = f(x)g(x) + F(x)g'(x)$ .  
Integrera båda leden och lös ut den första integralen.

### 3. Hur man använder den

#### 🔗 Strategi för valet

1. **Identifiera de två faktorerna** i integranden.
2. **Bestäm vilken som ska deriveras** ( $g$ ) och vilken som ska integreras ( $f$ ).  
Tumregel: välj  $g$  så att  $g'$  blir märkbart enklare – typiskt ett polynom som krymper en grad, eller en logaritm som försvinner.
3. **Skriv upp  $F$  och  $g'$**  explicit innan formeln tillämpas, så att man inte tappar bort tecken.
4. **Sätt in i formeln** och avgör om den nya integralen  $\int F g' dx$  verkligen är enklare. Är den värre – byt roller på  $f$  och  $g$ .

#### 🔗 LIATE – minnesregel för $g$

Välj  $g$  enligt prioriteringsordningen **L**ogaritmer, **I**nversa trigonometriska, **A**lgebraiska (polynom), **T**rigonometriska, **E**xponentialer. Det som står tidigare i listan deriveras (är  $g$ ); det senare integreras (är  $f$ ).

### 4. Räkneexempel

☰ **Exempel 1 – polynom gånger trigonometri** >

☰ Exempel 2 – polynom gånger exponential >

☰ Exempel 3 – logaritmen som "ensam" faktor >

## Läsning

- 6.1 Integration by Parts

## Se även

- Integraler
  - Variabelbyte i integraler
-