

Sfäriska koordinater

Jun 23, 2026, 2 min read

#matematik

#flervariabelanalys

#koordinater

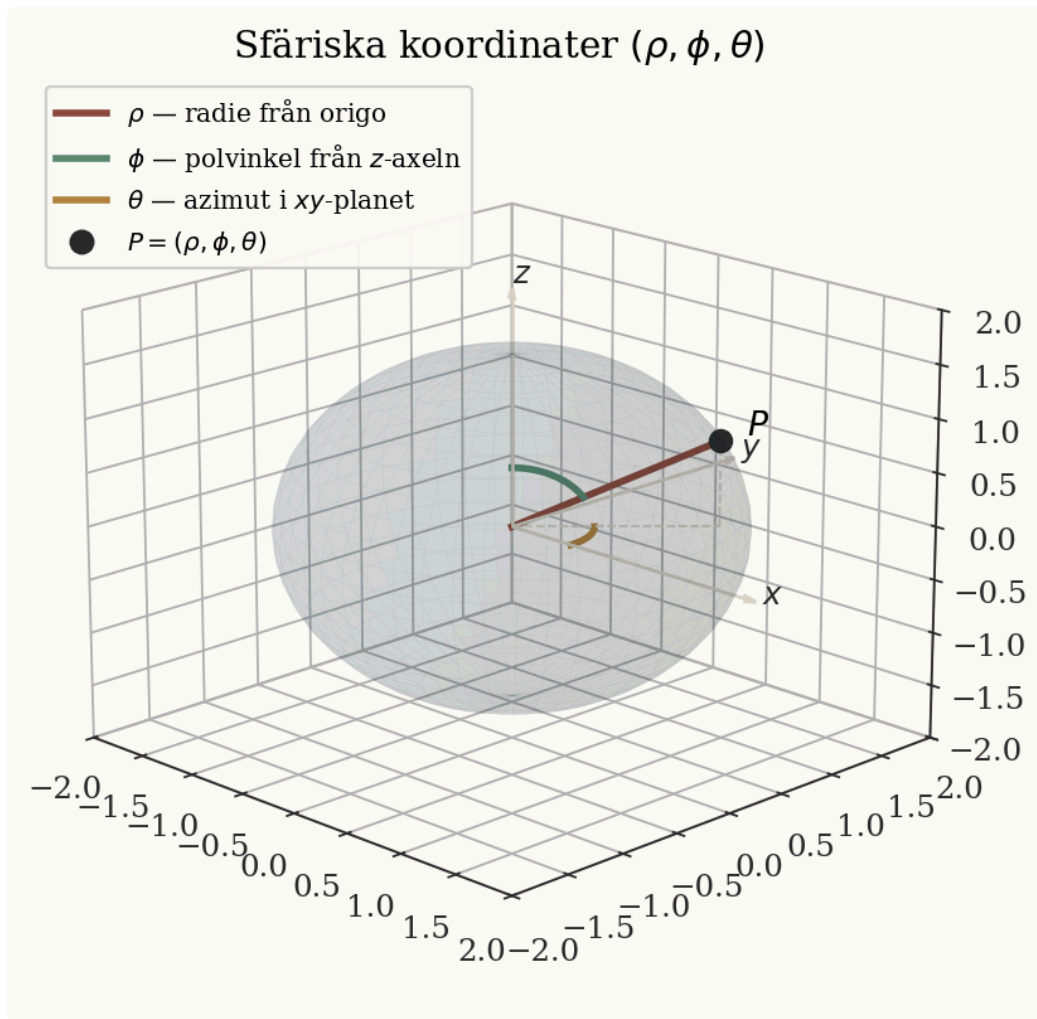
Kurs: M0068M Förkunskaper: Cylindriska koordinater, Polära koordinater

1. Definition

Sfäriska koordinater parametriserar en rumspunkt med radien R från origo, polarvinkeln ϕ (från positiva z -axeln) och azimutvinkeln θ (i xy -planet):

$$\begin{cases} x = R \sin \phi \cos \theta \\ y = R \sin \phi \sin \theta \\ z = R \cos \phi \end{cases}$$

där $R \geq 0$, $\phi \in [0, \pi]$ och $\theta \in [0, 2\pi)$.



2. Samband med cylindriska koordinater

Cylinderradien $r = \sqrt{x^2 + y^2} = R \sin \phi$, vilket ger sambanden:

- $R^2 = x^2 + y^2 + z^2 = r^2 + z^2$
- $\tan \phi = \frac{r}{z} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$
- $\tan \theta = \frac{y}{x}$

3. Volymselementet

Vid variabelbyte till sfäriska koordinater är **Jacobianen** $R^2 \sin \phi$, och volymselementet blir

$$dV = R^2 \sin \phi dR d\phi d\theta$$

4. Exempel

☰ [Volym av sfärisk kupa](#) >

☰ [Trippelintegral med symmetriargument \(ofullständig\)](#) >


Läsning

- [Sfäriska koordinater](#)

Se även

- [Cylindriska koordinater](#)
- [Variabelbyte i trippelintegraler](#)
- [Trippelintegraler](#)
- [Polära koordinater](#)

Resurser

- [Animation av sfäriska koordinater](#) 
 - [Wikipedia: Spherical coordinate system](#) 
-