Svängning

Jun 23, 2026, 2 min read

#fysik #mekanik #svängning

> **Kurser:** F0004T, F0006T **Förkunskaper:** Newtons lagar, Differentialekvationer

---

1. Harmonisk oscillator

Återställande kraft proportionell mot utslaget: $F = -kx$. Newton ger

$$m\ddot{x} + kx = 0 \implies \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad \omega_0 = \sqrt{k/m}$$

Lösning:

$$\boxed{x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

Period $T = 2\pi/\omega_0$, frekvens $f = 1/T$.

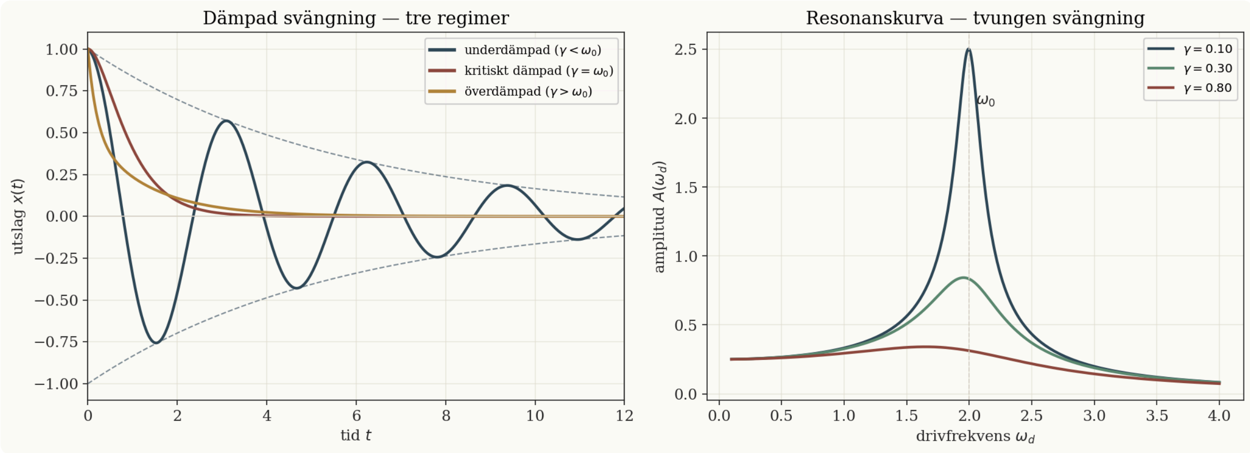
---

2. Dämpad svängning

När en kraft dämpar svängningen:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \underbrace{2\gamma}_{\text{dämpning}} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad \gamma = \frac{b}{2m}$$



Tre fall beroende på rötterna till den karakteristiska ekvationen:

2.1 Underdämpad ($\gamma < \omega_0$)

$x = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_e t + \phi)$

$K_d = Ke^{2\gamma t}$

2.2 Kritiskt dämpad ($\gamma = \omega_0$)

$x = e^{-\gamma t}(A_1 + A_2 t)$

2.3 Överdämpad ($\gamma > \omega_0$)

$x = e^{-\gamma t}(A_1 e^{\omega_e t} + A_2 e^{-\omega_e t})$

2.4 Energi vid dämpad svängning

$\dfrac{dE}{dt} = \dfrac{m}{2}(2v\dot{v}) + \dfrac{k}{2}(2x\dot{x}) = mva + kxv = v(ma + kx) = v(-b\dot{x}) = -bv^2$

- b är dämpningskonstanten; $\dfrac{dE}{dt} \le 0$ — energin avtar alltid.

---

3. Tvungen svängning

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0\cos(\omega_d t)$$

Ger resonans när $\omega_d \approx \omega_0$. Amplituden:

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_d^2)^2 + (2\gamma\,\omega_d)^2}}$$

Maximal amplitud vid resonansfrekvensen $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$.

---

4. Partikel- och fysikpendel

Läsning

- Chapter 14 Periodic Motion

Se även

- Differentialekvationer
- Homogena linjära differentialekvationer
- Cirkelrörelse

Resurser

- 3Blue1Brown: Resonance
