

# Tangentplanets ekvation

Jun 23, 2026, 2 min read

#flervariabelanalys

#tangentplan

#normalvektor

**Kapitel:** 13.4 · **Kurs:** M0068M **Förkunskaper:** Partiella derivator, Funktioner av flera variabler

## 1. Tangentplan till grafen $z = f(x, y)$

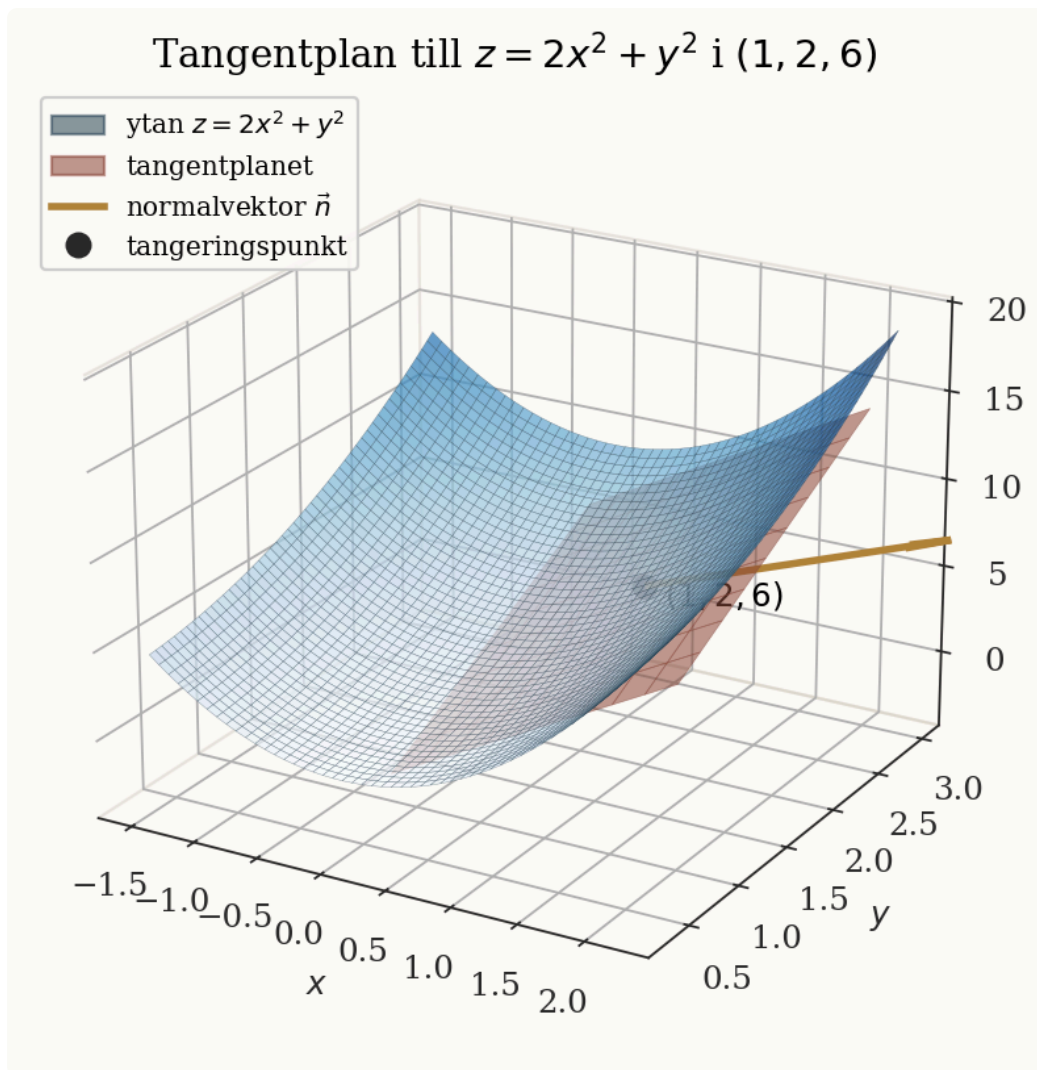
Om  $f$  är differentierbar i punkten  $(a, b)$  kan ytan  $z = f(x, y)$  approximativt ersättas med sitt tangentplan nära punkten.

$$z = f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)$$

Detta är tvåvariabelanalysens motsvarighet till tangentlinjen i envariabelanalys.

### Lineariseringsidé

Nära punkten  $(a, b)$  beter sig ytan nästan som ett plan. Tangentplanet ger därför en lokal första ordningens approximation.



☰ **Bestäm tangentplanet till  $z = x^2 + xy + y^2$  i punkten  $(1, 2)$**  >

## 2. Normalvektorform

Skriv ytan som en **nivåyta**

$$F(x, y, z) = c.$$

Då är gradienten  $\nabla F(a, b, c)$  en normalvektor till tangentplanet i punkten  $(a, b, c)$ , och planet kan skrivas som

$$F_x(a, b, c)(x - a) + F_y(a, b, c)(y - b) + F_z(a, b, c)(z - c) = 0.$$

### 3. Arbetsgång

#### 📄 Så tar du fram tangentplanet

1. Identifiera punkten där tangentplanet ska bestämmas.
2. Beräkna relevanta partiella derivator eller gradienten.
3. Sätt in punktens koordinater i tangentplansformeln.
4. Förenkla uttrycket om det behövs.

#### ⚠️ Vanliga misstag

- Kontrollera att punkten verkligen ligger på ytan.
- Blanda inte ihop punkterna  $(a, b)$  och höjden  $f(a, b)$ .
- Glöm inte konstanttermen när planet skrivs på formen  $Ax + By + Cz = D$ .

### 4. Koppling till andra begrepp

- För grafer  $z = f(x, y)$  byggs tangentplanet av de **partiella derivatorna**.
- För nivåytor  $F(x, y, z) = c$  används **gradienten** som normalvektor.
- Tangentplanet är den bästa linjära approximationen av ytan nära punkten.

### Läsning

- [13.6 Linear Approximations, Differentiability](#)

### Se även

- Partiella derivator
  - Gradient och riktningsderivata
  - Kedjeregeln
-